Проверка статистических гипотез

Проверка гипотезы о нормальности распределения

$H_0: \; F_X(x) = F_{теор}(x) \qquad H_1: \; F_X(x) \neq F_{теор}(x)$

x_i	x_1	x_2	...	x_l
m_i	m_1	m_2	...	m_l
$m_{i,теор}$	$m_{1,теор}$	$m_{2,теор}$	...	$m_{l,теор}$

$$\chi_B^2 = \sum_{i=1}^{l} \frac{(m_i - m_{i,теор})^2}{m_{i,теор}} \qquad k = l - 3 \quad \chi_{кр}^2(\alpha, k)$$

H_0 при

$\chi_B^2 < \chi_{кр}^2(\alpha, k)$

Метод вычисления теоретических частот нормального распределения

1. Весь интервал наблюдаемых значений разбиваем на l интервалов одинаковой длины: $[a_i; a_{i+1})$, $7 \le l \le 15$. Вычисляем значения середин интервалов $x_i = \dfrac{a_i + a_{i+1}}{2}$
2. Вычисляем выборочное среднее значение и оценку дисперсии.
3. Вычисляем значения в концах интервалов: $z_i = \dfrac{a_i - \bar{x}}{s}$ и $z_{i+1} = \dfrac{a_{i+1} - \bar{x}}{s}$, причем $z_1 = -\infty$, $z_{l+1} = +\infty$
4. Вычисляем $p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ и $m_{i,теор} = n \cdot p_i$.
5. Вычисляем $\chi_{набл}^2 = \sum_{i=1}^{l} \dfrac{(m_i - m_{i,теор})^2}{m_{i,теор}}$.
6. Определяем $\chi_{кр}^2(\alpha, k)$ а) по таблице б) EXCEL: ХИ2.ОБР.ПХ(α, k).
7. Если $\chi_{набл}^2 < \chi_{кр}^2(\alpha, k)$, то нет оснований отвергнуть гипотезу H_0

Задача 1. Исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности, вычислены теоретические частоты m′. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить эту гипотезу.

m	6	12	14	19	15	9	5
m′	7	13	15	17	16	8	4

Задача 2. Исходя из гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности, вычислены теоретические частоты m′. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить эту гипотезу.

m	6	8	13	15	8	5	5
m′	5	7	12	14	9	6	7

Задача 3. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности X по выборке объема $n = 100$, извлеченной из этой совокупности:

$a_i \div a_{i+1}$	$1 \div 3$	$3 \div 5$	$5 \div 7$	$7 \div 9$	$9 \div 11$
m_i	10	20	30	25	15

Задача 4. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности X по выборке объема $n = 80$, извлеченной из этой совокупности:

$a_i \div a_{i+1}$	$8 \div 12$	$12 \div 16$	$16 \div 20$	$20 \div 24$	$24 \div 28$
m_i	8	15	25	20	12

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

H_o	H_1	Статистика критерия	Критические точки		Условие принятия H_o
$D(X)=D(Y)$	$D(X)>D(Y)$	$F_B=\dfrac{s_б^2}{s_м^2}$	$k_1=n_б-1\ k_2=n_м-1$ таблица 7	$F_{кр}(\alpha,k_1,k_2)$	$F_B<F_{кр}$
	$D(X)\neq D(Y)$			$F_{кр}\left(\dfrac{\alpha}{2},k_1,k_2\right)$	
$M(X)=M(Y)$ случай известных дисперсий	$M(X)>M(Y)$ $M(X)<M(Y)$	$N_B=\dfrac{\lvert\bar{x}-\bar{y}\rvert}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	таблица 2	$\Phi(N_{кр})=\dfrac{1-2\alpha}{2}$	$N_B<N_{кр}$
	$M(X)\neq M(Y)$			$\Phi(N_{кр})=\dfrac{1-\alpha}{2}$	
$M(X)=M(Y)$ случай неизвестных, но равных дисперсий, предварительная проверка H_0' $:D(X)=D(Y)$	$M(X)>M(Y)$ $M(X)<M(Y)$	$T_в=\dfrac{\lvert\bar{x}-\bar{y}\rvert}{\sqrt{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}}\cdot\sqrt{\dfrac{n_1n_2(n_1+n_2-2)}{n_1+n_2}}$	$k=n_1+n_2-2$ таблица 6	$T_{кр.одност}(\alpha,k)$	$T_B<T_{кр}$
	$M(X)\neq M(Y)$	если $n_1=n_2=n$ $T_B=\dfrac{\lvert\bar{x}-\bar{y}\rvert\sqrt{n}}{\sqrt{s_1^2+s_2^2}}$		$T_{кр.двуст}(\alpha,k)$	

H_o	H_1	Статистика критерия	Критические точки		Условие принятия H_o
$M(X)=a_0$ случай известной дисперсии	$M(X)>a_0$ $M(X)<a_0$	$N_B=\dfrac{\lvert\bar{x}-a_0\rvert\sqrt{n}}{\sigma}$	таблица 2	$\Phi(N_{кр})=\dfrac{1-2\alpha}{2}$	$N_B<N_{кр}$
	$M(X)\neq a_0$			$\Phi(N_{кр})=\dfrac{1-\alpha}{2}$	
$M(X)=a_0$ случай неизвестной дисперсии	$M(X)>a_0$ $M(X)<a_0$	$T_B=\dfrac{\lvert\bar{x}-a_0\rvert\sqrt{n}}{S}$	$k=n-1$ таблица 6	$T_{кр.одност}(\alpha,k)$	$T_B<T_{кр}$
	$M(X)\neq a_0$			$T_{кр.двуст}(\alpha,k)$	

EXCEL:
F.ОБР.ПХ$(\propto,k_1,k_2)$
Через Анализ данных

Проверка гипотез о равенстве дисперсий

Задача 5. По двум независимым выборкам, объёмы которых n_1=9 и n_2=16, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y, найдены исправленные выборочные дисперсии s_1^2=34.02 и s_2^2=12.15. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу *H0: D(X)=D(Y)* при конкурирующей гипотезе *H1: D(X)>D(Y).*
Ответ: $F_{набл}$=2,8; $F_{кр}$(0.01; 8; 15)=4. Нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Задача 6. По двум независимым выборкам, объёмы которых n_1=14 и n_2=10, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y, найдены исправленные выборочные

дисперсии s_1^2=0,84 и s_2^2=2,52. При уровне значимости 0,1 проверить нулевую гипотезу H_0: $D(X)=D(Y)$ при конкурирующей гипотезе H_1: $D(X)\neq D(Y)$.
Ответ: $F_{набл}=3$; $F_{кр}(0,05;\ 9;\ 13)=2,72$. Нулевую гипотезу следует отвергнуть.

Задача 7. На двух токарных станках обрабатываются втулки. Проверяя точность токарных станков, отобрано18 деталей, обработанных на первом станке, и 13 деталей, обработанных на втором станке. По данным выборки оценены стандартные отклонения как 1,8мм и 3,0мм соответственно. Можно ли на основе выборочных данных при уровне значимости 0,05 утверждать, что первый станок точнее.
Ответ: $F_B = 2{,}78 > F_{кр} = 2{,}38$. Можно.

Задача 8. Двумя методами проведены измерения одной и той же физической величины. Получены следующие результаты:

для первого способа измерения:

x_i 9,6 10,0 9,8 10,2 10,6;

для второго способа измерения:

y_i 10,4 9,7 10,0 10,3.

Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений, если принять уровень значимости α=0,1. Предполагается, что результаты распределены нормально и выборки независимы.
Ответ: $F_{набл}=1,48$; $F_{кр}(0,05;\ 4;\ 3)=9,12$. Нет оснований отвергать нулевую гипотезу, иными словами, исправленные дисперсии отличаются незначительно и следовательно оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений.

Проверка гипотез о сравнении средних значений (независимые выборки)

Задача 9. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 40$ и $n_2 = 50$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние: $\bar{x} = 130$ и $\bar{y} = 140$. Генеральные дисперсии $D(X) = \sigma_1^2 = 80$, $D(Y) = \sigma_2^2 = 100$. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : M(X) \neq M(Y)$.
Ответ: $N_B = 5,\quad N_{кр} = 2{,}58$. Нулевую гипотезу отвергаем. Выборочные средние различаются значимо.

Задача 10. По выборке объема $n_1 = 30$ найден средний вес $\bar{x} = 130$г изделий, изготовленных на первом станке, по выборке объема $n_2 = 40$ найден средний вес $\bar{y} = 125$г изделий, изготовленных на втором станке. Генеральные дисперсии $D(X) = \sigma_1^2 = 60г^2$, $D(Y) = \sigma_2^2 = 80г^2$. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : M(X) \neq M(Y)$. Предполагается, что случайные величины распределены нормально и выборки независимы.
Ответ: $N_B = 2{,}5,\quad N_{кр} = 1{,}96$ Нулевую гипотезу отвергаем. Средний вес изделий различается значимо.

Задача 11. При испытании двух типов фильтров для очистки воздуха в объемах 50 штук получены средние значения чистоты воздуха 0,92 и 0,96 соответственно. Проверить при

уровне значимости 0,05, является ли расхождение значений $\overline{x}$ и $\overline{y}$ случайным, если рассчитанные значения дисперсий соответственно равны 0,09 и 0,04 соответственно.
Ответ: расхождения незначимы, оба фильтра качественно одинаковы.

Задача 12. В заповеднике проводился мониторинг растительности. На пробной площади измерялись диаметры стволов корейского кедра в сантиметрах, после чего были составлены статистические ряды:
1995г.

x_i	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64
m_i	2	3	20	10	16	32	20	15	0	3	4	0	0	1

2005г.

x_i	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64
m_i	2	3	7	8	8	25	18	19	7	0	5	0	1	0

Проверить при уровне значимости 0,05 произошли ли изменения в диаметрах стволов корейского кедра. ($H_0 : M(X) = M(Y)$, $H_1 : M(X) \neq M(Y)$)

Ответ: произошло

Задача 13. По данным выборки из 10 проб были рассчитаны средняя концентрация анионных ПАВ, равная 2,5 мг/л, и исправленная дисперсия, равная 0,3. После внесения изменений в технологический процесс, повторно провели 12 проб, в результате которых рассчитали среднюю концентрацию анионных ПАВ и исправленную дисперсию, которые составили соответственно 2,1мг/л и 0,4. При уровне значимости 0,01 значимо ли расхождение в концентрациях ПАВ до и после внесения изменений.
Ответ:

Задача 14. Серия из 5 замеров содержания загрязняющего вещества в сточных водах предприятия показала, что среднее значение $\overline{x} = 7.3$ мг/л при $s_1 = 2.5$ мг/л. Если фоновые (начальные) значения 5 проб показали значение $\overline{y} = 5.3$ при $s_2 = 1.5$, то значимо ли полученное превышение. Принять $\alpha = 0{,}05$.

Ответ: не значимо.

Задача 15. В первой серии наблюдений из 12 проб содержание загрязняющего вещества в почве оценивается как $\overline{x} = 6$ мг/кг при $s_1 = 3$ мг/кг. Через месяц в серии из 16 проб эти показатели составили $\overline{y} = 8$ мг/кг при $s_2 = 2$ мг/кг. Проверьте, произошло ли за месяц увеличение загрязнения почвы при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

Ответ: произошло.

Задача 16. Произведены две выборки урожая пшеницы: при своевременной уборке урожая и уборке с некоторым опозданием. В первом случае при наблюдении 8 участков выборочная средняя урожайность составила 16,2 ц/га с оценкой дисперсии 13,32 (ц/га)^2. Во втором случае при наблюдении 9 участков урожайность 13,9 ц/га с оценкой дисперсии 5,57 (ц/га)^2. На уровне значимости 0,05 выяснить влияние своевременности уборки урожая на среднее значение урожайности.
Ответ: имеющиеся выборочные данные на уровне значимости 0,05 не позволяют считать, что некоторое запаздывание в сроках уборки оказывает существенное влияние на величину урожая.

Задача 17. Исследовалась зависимость некоторого параметра, характеризующего эффект изучаемого воздействия, для двух групп пациентов, различающихся группой кровью. В обеих

группах было взято по 10 пациентов и получены результаты $\overline{x}$ =8,4 с s_1^2 =2,28 и , $\overline{y}$ =11,0 с s_2^2 =3,10. Проверить при уровне значимости 0,05 являются ли различия средних значений значимы.
Ответ: разница между средними в двух сравниваемых группах статистически достоверна на уровне значимости 0,05.

Проверка гипотез о значении средней

Задача 18. По результатам $n = 9$ замеров установлено, что среднее время изготовления детали $\overline{x} = 48$ с. Предполагая, что время изготовления – нормально распределенная случайная величина с дисперсией $\sigma^2 = 9$ с^2 на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ решить, можно ли принять 50 в качестве нормативного времени (математического ожидания) изготовления детали?
Ответ: нельзя принять за норматив 50с (гипотезу H_0 отвергаем).

Задача 19. Дисперсия генеральной совокупности равна 100. Выборка объемом 25 единиц из этой совокупности дала среднюю арифметическую, равную 17. Можем мы принять гипотезу $H_0 : M(X) = 21$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : M(X) \neq 21$ при уровне значимости 0,05?
Ответ: не можем.

Задача 20. В молочном отделе универсама произведено контрольное взвешивание шестнадцать 200-граммовых пачек творога и установлен, что их средний вес 196г. Менеджер отдела выдвигает предположение о недобросовестности поставщика (занижает вес). Прав ли он? По результатам взвешивания рассчитано, что $s = 4$ г. Принять уровень значимости $\alpha = 0{,}01$.
Ответ: подозрения менеджера оправданы.

Задача 21. Проектный контролируемый размер изделий, изготовляемых станком-автоматом равен 35 мм. Измерения 20 случайно отобранных изделий дали следующие результаты:

контролируемый размер x_i	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
число изделий m_i	2	3	4	6	5

Можно ли сказать, что станок обеспечивает проектный размер изделий. Уровень значимости принять равным $\alpha = 0{,}05$.
Ответ: можно.

Задача 22. Хронометраж затрат времени на сборку узла машины $n = 20$ слесарей показал, что среднее время $\overline{x} = 77$ минут, а $s = 2{,}0$ минуты. Можно на уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ считать 80 минут нормативом (математическим ожиданием) трудоемкости. ($H_0 : M(X) = 80 \quad H_1 : M(X) \neq 80$).

Ответ: гипотезу H_0 отвергаем.

Задача 23. Производители нового вида нурофена утверждают, что он снимает головную боль за $a_0 = 10$ минут. Случайная выборка $n = 16$ человек, страдающих головными болями показала, что новый тип нурофена снимает головную боль за $\overline{x} = 12$ минуты при $s = 4.0$ минуты. Проверьте на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ справедливость утверждения производителей нурофена о том, что это лекарство излечивает головную боль за 10 минут. ($H_0 : M(X) = a_0 \quad H_1 : M(X) > a_0$)

Ответ: утверждение справедливо.

Задача 24. На двух аналитических весах, в одном и том же порядке, взвешены 10 проб химического вещества и получены следующие результаты взвешиваний (в мг):

x_i	25	30	28	50	20	40	32	36	42	38
y_i	28	31	26	52	24	36	33	35	45	40

При уровне значимости 0,01 установить, значимо или незначимо различаются результаты взвешиваний.

Ответ: $\overline{d} = -0{,}9 \quad s_d = 2{,}51 \quad T_B = 1{,}13 \quad T_{кр,двуст} = 3{,}25$ Результаты взвешивания различаются незначимо.

Задача 25. Физическая подготовка 9 спортсменов была проверена при поступлении в спортивную школу, а затем после недели тренировок. Итоги проверки в баллах оказались следующими:

До	76	71	57	49	70	69	26	65	59
После	81	85	52	52	70	63	33	83	62

Требуется при уровне значимости 0,05 установить, значимо или незначимо улучшилась физическая подготовка спортсменов.

Ответ: Нет оснований считать, что физическая подготовка улучшилась.

Задача 26. Химическая лаборатория произвела в одном и том же порядке анализ 8 проб почвы двумя методами на наличие вещества Ф. Получены следующие результаты (в %):

Первый метод	1,5	2,0	1,6	2,2	2,4	1,4	1,8	2,0
Второй метод	1,5	2,2	1,4	2,5	2,9	1,6	2,0	2,4

Требуется при уровне значимости 0,05 установить, значимо ли или незначимо различаются средние результаты анализов.

Ответ: $\overline{d} = -2 \quad s_d = \sqrt{34/7} \quad T_B = 2{,}57 \quad T_{кр,двуст} = 2{,}36$. Результаты анализов различаются значимо.

Таблица 2 значений функции Лапласа $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$.

x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)	x	Φ (x)
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

Таблица 5 значений критических точек распределения Пирсона

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Критические точки распределения F Фишера — Снедекора

(k_1 — число степеней свободы большей дисперсии,
k_2 — число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0{,}01$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4.44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3.45

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38